



CONCOURS D'ENTREE A L'EAMAU

SESSION DE MAI 2016

EPREUVE DE MATHEMATIQUE

FILIERES : ARCHITECTURE, URBANISME ET GESTION URBAINE

Durée : 2 heures

EXERCICE 1 (8pts)

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}; \vec{v})$. On prendra 2cm pour unité graphique. On appelle J le point d'affixe i .

- 1) On considère les points A, B, C, H d'affixes respectives : $a = -3 - i$; $b = -2 + 4i$; $c = 3 - i$; $h = -2$. Placer ces points sur une figure. (2pts)
- 2) Montrer que J est le centre du cercle (C) circonscrit au triangle ABC. Préciser le rayon du cercle (C). (3pts)
- 3) Calculer, sous forme algébrique, le nombre complexe $\frac{b-c}{h-a}$. En déduire que les droites (AH) et (BC) sont perpendiculaires. (3pts)

EXERCICE 2 (7pts)

On donne les deux nombres complexes définis ci-dessous : $z_1 = -1 - i$ et $z_2 = \frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$.

- 1) Déterminer le module et un argument de chacun des nombres complexes z_1 et z_2 . (2pts)
- 2) En déduire le module et un argument de $\frac{z_1}{z_2}$. (2pts)
- 3) Ecrire $\frac{z_1}{z_2}$ sous forme algébrique. (1pt)
- 4) Déduire des questions précédentes les valeurs exactes de $\cos \frac{11\pi}{12}$ et $\sin \frac{11\pi}{12}$. (2pts)

EXERCICE 3 (5pts)

Pour tout entier naturel $n \geq 2$, on considère l'intégrale $I_n = \int_1^2 \frac{1}{x^n} e^{\frac{1}{x}} dx$.

- 1) Calculer I_2 . (1pt)
- 2) Démontrer à l'aide d'une intégration par partie que pour tout entier naturel $n \geq 2$:

$$I_{n+1} = e - \frac{\sqrt{e}}{2^{n-1}} + (1-n)I_n. \quad (2pts)$$

- 3) Calculer I_3 et I_4 . (2pts)