

CONCOURS D'ENTREE A L'EAMAU  
SESSION DE MAI 2005  
-----  
FILIERE ARCHITECTURE - URBANISME  
-----  
EPREUVE DE MATHEMATIQUE GENERALE

Durée : 2 heures

- I - Soient  $a$  et  $b$  deux nombres complexes,  $z^2 - 2az + b = 0$   
une équation de racines  $z_1$  et  $z_2$
- 1) Calculer  $z_1 \cdot z_2$  et  $z_1 + z_2$
  - 2) On suppose  $z_1 = iz_2$ . Calculer  $z_2^2$  de deux façons différentes et en déduire une relation entre  $a$  et  $b$ .
- II - On considère l'expression  $P(x) = x^5 - 5x^4 + 7x^3 + x^2 - 8x + 4$
- 1) Calculer  $P(1)$ ,  $P(-1)$  et  $P(2)$ .
  - 2) Déterminer les réels  $a$  et  $b$  pour que  
$$P(x) = a(x-1)^2(x-2)^2(x+b)$$
  - 3) On pose  $F(x) = \frac{P'(x)}{P(x)}$ 
    - a) Quel est le domaine de  $D_F$  ?
    - b) Calculer  $P'(x)$  à partir de la 2<sup>ème</sup> question et mettre  $F(x)$   
sous la forme 
$$F(x) = \frac{a_1}{x-1} + \frac{a_2}{x+1} + \frac{a_3}{x-2}$$
  
en précisant les réels  $a_1$ ,  $a_2$  et  $a_3$ .
- III - Soit la fonction  $f : x \rightarrow xe^{\frac{1}{1-x^2}}$
- 1) Déterminer le domaine  $D_f$  et étudier la parité de  $f$ .
  - 2) Calculer et simplifier  $f'(x)$  et  $f''(x)$ .
  - 3) En déduire l'existence de 3 points d'inflexion dont 2 sont symétriques par rapport à l'origine  $O$  du repère et calculer les ordonnées de ces points.
  - 4) Compléter l'étude de  $f$  et tracer sa courbe  $\mathcal{C}$  en repère orthonormé en précisant asymptotes et  $\frac{1}{2}$  tangentes s'il y en a.

**CONCOURS D'ENTREE A L'EAMAU**  
**SESSION DE MAI 2005**  


---

**FILIERE TECHNICIEN SUPERIEUR EN GESTION URBAINE**  


---

**EPREUVE DE MATHEMATIQUE GENERALE**

**Durée : 2 heures**

**I Soit  $z = x + iy$  un nombre complexe,  $z \neq 0$**

- 1) A, B et C sont images des complexes  $z$ ,  $iz$  et  $(2-i) + z$   
 a) Calculer les longueurs AB, AC et BC.  
 b) En déduire que  $\forall z$ , le triangle ABC est isocèle non équilatéral.

2) Déterminer  $z$  tel que  $|z| = \left| \frac{2+i}{z} \right| = |z-1|$

3) Soit  $Z$  un complexe tel que  $\frac{Z-1}{Z+1} = \left( \frac{z-1}{z+1} \right)^2$

- a) Exprimer  $Z$  en fonction de  $z$ .  
 b) Que peut-on dire des points images de  $Z$ ,  $z$  et  $\frac{1}{z}$  ?

**II On considère la fonction  $f : x \rightarrow \frac{1 + \ln x}{x}$**

- 1) Etudier  $f$  et construire sa courbe  $\mathcal{C}$  en repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .  
 2) Soit  $(D)$  une droite.  
 a)  $(D)$  rencontre  $\mathcal{C}$  en un point  $M_1$  d'ordonnée nulle.  
 Calculer l'abscisse  $x_1$  de  $M_1$ .  
 b)  $(D)$  passe par  $O$  et est tangente à  $\mathcal{C}$  en  $M_2$ .  
 Calculer les coordonnées  $x_2$  et  $y_2$  de  $M_2$ .  
 c)  $(D)$  est tangente à  $\mathcal{C}$  en  $M_3$  et est parallèle à  $(Ox)$ .  
 Calculer les coordonnées  $x_3$  et  $y_3$  de  $M_3$ .  
 d)  $(D)$  rencontre  $\mathcal{C}$  en  $M_4$ , point d'inflexion de  $\mathcal{C}$  ;  
 calculer l'abscisse  $x_4$  de  $M_4$ .  
 e) Quelle est la nature de la suite  $x_1, x_2, x_3$  et  $x_4$  ?